X, Y_y Z, avremo questi coseni espressi per le coordinate di un punto qualunque della retta, e queste espressioni, pel modo stesso in cui furono ottenute, rimarranno evidentemente invariate qualunque sia il punto che si prende sulla retta, vale a dire non can-gieranno valore quando x, *y,* £ diventeranno *x* -j- *tX, y* -f- *t* F, £ -[- *tZ.* Otterremo dunque un sistema nel quale, sebbene entrino i tre parametri indipendenti *x, y_y* ^, pure non passerà che una sola retta, od un numero limitato di rette, per ogni punto dello spazio.

Da queste considerazioni risulta manifestamente che le equazioni (27) o (28) non impongono alcuna speciale condizione geometrica ai sistemi *semplici* di rette che se ne ricavano : esse non determinano che la forma delle funzioni da cui sono definiti questi sistemi, quando vengono considerati come *complessi.*

Osserveremo per ultimo, che il numero delle funzioni arbitrarie introdotte dall'integrazione è solamente in apparenza maggiore di quello che la teoria richiede : non l'abbiamo ridotto al minimo, per conservare la simmetria delle forinole ; del che ognuno potrà facilmente convincersi. Il problema trattato è un caso particolare del seguente : « Trovare i valori generali delle funzioni <p$_{x>}$ <p$_2$, . . . <p_m che soddisfanno alle *m* equazioni a derivate parziali

Pd < tr1pd < tr\ jLp s < ?r_n
P _ -- L_ p _^ -- L. ... -4- P - — — o (r = i , 2, . . . w).
1 *d x*$_1$ l *OX*$_2$ l *O x*$_n$ \ » > »

in cui i coefficienti P_i , P_2 , ... P$_w$, *eguali in tutte k equazioni,* sono funzioni qualisi-vogliano delle variabili indipendenti x_i , x_2, . . . x_n e delle funzioni cercate cp$_x$, cp$_2$, ... cp$_m$». La risoluzione di questo problema, quale risulta dalla teoria generale e dalle considerazioni usate precedentemente, consiste nel trovare gli *n* — i integrali completi

/,(*,, *₂> • • • X$_H$, ?,, ?a, • • • ?„> U₁ ₉ ">*, "'
«»-.ₓ) = ° 0'=^ 2, . . . «-!)

del sistema d'equazioni differenziali ordinarie

in cui le quantità <p$_x$, 9$_2$, . . . <p$_w$, si devono considerare come costanti; nelFegua-gliare queste quantità ad altrettante funzioni arbitrarie delle costanti d'integrazione *u$_{l>}$ ^{U}$_2$> • • - ^{u}$_n$-i >* $^{e\ ne}$'- sostituire in queste funzioni stesse i valori ricavati per queste costanti dalle *n* — i equazioni integrali, nelle quali esse entrano tanto esplicitamente, quanto implicite nelle 9$_X$, 9$_2$, ... cp$_w$. È chiaro che questa soluzione contiene il debito numero di funzioni arbitrarie.